



Una actividad de modelización matemática en primaria con datos auténticos de la COVID-19

A Mathematical Modeling Activity in Elementary School with Authentic Data about COVID-19

César Trelles

Universidad de Cuenca, Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y Física, Ciudadela Universitaria, 010710, Cuenca (Ecuador).

cesar.trellesz@ucuenca.edu.ec

<https://orcid.org/0000-0002-4096-8353>

Ximena Toalongo, Ángel Alsina

Universitat de Girona, Grup de Recerca en Educació Científica i Ambiental, Plaça Sant Domènec, 9 - 17004, Girona (España)

ximena.toalongo@udg.edu, angel.alsina@udg.edu

<https://orcid.org/0000-0001-6163-4574>, <https://orcid.org/0000-0001-8506-1838>

RESUMEN • El objetivo de este estudio es analizar una tarea de modelización matemática desarrollada por alumnos de sexto curso de educación primaria (11-12 años) a partir de una actividad reveladora del pensamiento con datos estadísticos reales de la COVID-19, implementada en línea durante el período de confinamiento en España. A partir de un estudio de caso múltiple, se analizan los productos finales generados por los alumnos. Los resultados muestran que, si bien no todo el alumnado logra desarrollar un modelo, los que sí lo hacen son capaces de emplear conceptos intuitivos de estadística y probabilidad que están fuera del plan regular de estudios. Se concluye que estas actividades desarrollan las capacidades matemáticas, pero requieren conocimiento pedagógico para incorporarlas frecuentemente y con éxito a la práctica docente.

PALABRAS CLAVE: Modelización matemática; Actividades relevadoras del pensamiento; Educación primaria; Educación estadística; Transnumeración.

ABSTRACT • The aim of this study is to analyze a mathematical modeling task developed by students in the sixth grade of primary education (11-12 years old) based on a model-eliciting activity with real statistical data about COVID-19, which was implemented online during the period of confinement in Spain. Based on a multiple case study, the final products generated by the students are analyzed. The results show that, although not all students are able to develop a model, those who do are able to use intuitive concepts of statistics and probability that are outside the regular curriculum. It is concluded that these activities develop mathematical skills but require pedagogical knowledge to incorporate them frequently and successfully into teaching practice.

KEYWORDS: Mathematical modeling; Model-eliciting activities; Primary education; Statistical education; Transnumeration.

Recepción: noviembre 2020 • Aceptación: septiembre 2021 • Publicación: junio 2022

Trelles, C., Toalongo, X. y Alsina, Á. (2022). Una actividad de modelización matemática en primaria con datos auténticos de la COVID-19. *Enseñanza de las Ciencias*, 40(2), 193-213. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3472>

INTRODUCCIÓN

La presencia cada vez más notable de la modelización matemática en los diferentes planes de estudio a nivel internacional se debe a la importancia que actualmente se da a la conexión entre los conocimientos matemáticos y las situaciones de la vida real. Sin embargo, a pesar de existir cada vez más literatura que permite indagar y conocer el proceso de modelización matemática (Bliss y Libertini, 2019; Blum y Borromeo, 2009; Wess y Greefrath, 2019), también es cierto que los currículos vigentes en muchos países no ofrecen orientaciones claras que permitan al profesorado la implementación de la modelización matemática en el aula y la forma en que debe evaluarse (Trelles y Alsina, 2017). Por otro lado, algunos estudios como los de Blum y Leiß (2006) y Ng (2013) revelan que tanto la formación del profesorado como sus creencias pueden convertirse en un obstáculo para desarrollar actividades de modelización con sus alumnos.

Si bien algunos documentos curriculares (NCTM, 2000; National Governors Association Center for Best Practices, Council of Chief State School Officers, 2010) plantean el uso de la modelización desde las primeras edades, tanto la investigación que aporta evidencias de cómo se desarrollan los procesos de modelización en estas etapas como las propuestas que permitan implementarla son todavía limitadas, a pesar de que la construcción de saberes, sobre todo en las primeras edades, se fundamenta en lo concreto, partiendo del entorno del alumnado y su realidad. En efecto, la mayor parte de las investigaciones y propuestas están focalizadas en educación superior, bachillerato e incluso educación secundaria, como, por ejemplo: Barquero et al. (2014), Hernandez-Martínez y Vos (2018), Sol et al. (2011) y Trelles et al. (2019), por citar algunos.

En este contexto, es necesario diseñar estudios que contribuyan a la literatura con evidencias de cómo se desarrollan los procesos de modelización en las primeras edades, en la línea ya iniciada por autores como Albarracín y Gorgorió (2020), English (2006, 2010, 2014), English y Watson (2018) y Ruiz-Higueras et al. (2013), entre otros; lo que contribuye de esta forma no solo a la comunidad científica, sino también al profesorado de estos niveles educativos. Desde este prisma, el objetivo de este estudio es analizar una actividad de modelización matemática diseñada y aplicada en el contexto de confinamiento ocasionado por la COVID-19. La actividad fue creada con datos reales a partir del planteamiento de las *Model-eliciting Activities MEAs* (Lesh y Doerr, 2003; Lesh et al., 2000) y propuesta a un grupo de alumnos de 11-12 años de educación primaria, quienes como resultado final debían realizar una predicción del número de contagios y defunciones a causa de la COVID-19 en Cataluña (España).

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Educación en tiempos de la COVID-19

A raíz del estado de alarma decretado el 14 de marzo de 2020 en España, la educación fue uno de los sectores más afectados, ya que las instituciones educativas debieron cerrar sus puertas para evitar la propagación de la COVID-19. Según Cifuentes-Faura (2020), la inasistencia del alumnado a las escuelas debido al cierre temporal a causa de la COVID-19 tendrá un impacto en el derecho a una educación igual e incluyente para todos, lo que aumentará las desigualdades en los resultados educativos y producirá una brecha especialmente en las aptitudes matemáticas y de alfabetización entre el alumnado de niveles socioeconómicos diferentes.

Por su parte, el Banco Mundial (2020) manifiesta que la calidad educativa se verá afectada y disminuirá notablemente durante este período de confinamiento. En este contexto, consideramos imperante garantizar el derecho a la educación a todo el alumnado, aun cuando en algunos casos las condiciones

sean adversas, pues según el Instituto Nacional de Estadística (INE, 2019) en el 19,1 % de las viviendas no existe ordenador, *netbook* o *tablet*. Además, EU Kids Online (2018) indica que el 8 % de los niños no disponen de acceso a internet desde sus hogares. Este escenario pone de manifiesto las grandes dificultades que tienen que atravesar algunos alumnos para integrarse en un sistema educativo virtual.

Por lo expuesto, las políticas educativas que se tomen deben considerar estas realidades y generar propuestas alternativas para garantizar que la educación llegue a todo el alumnado. Por su parte, la Unesco (2020) indica que el personal docente debe propender a que el material que se presente en línea sea atractivo, que las indicaciones sean sencillas y que los tiempos de realización no sean ajustados, así como generar actividades que motiven la participación y cuyas temáticas estén vinculadas a los intereses del alumnado mediante planteamientos de problemas que le permitan establecer relaciones y aplicarlos a situaciones reales.

La modelización matemática y su presencia en los primeros niveles escolares

Actualmente, no existe unicidad de criterio en la comunidad científica para definir la modelización matemática. Sin embargo, diversos autores proporcionan importantes aportes, a menudo complementarios; para Alsina et al. (2007), la modelización matemática se refiere al proceso de construcción de un modelo que sirve para explicar o estudiar un fenómeno real o matemático, lo que requiere traducciones constantes entre la realidad y las matemáticas. Borromeo (2010) y Blum (2015) manifiestan que puede ser entendida simplícidamente como un proceso de traducción entre el mundo real y las matemáticas en ambas direcciones. La modelización matemática es un proceso que utiliza la matemática para representar, analizar, hacer predicciones o proporcionar información sobre los fenómenos del mundo real y realizar un proceso de traducción entre este mundo y las matemáticas (Bliss y Libertini, 2019; Blum y Borromeo, 2009).

Cuando la modelización se realiza a partir de datos estadísticos existen algunas propuestas teóricas que permiten analizar estos procesos. En este estudio asumimos los planteamientos de Makar y Rubin (2009) y Watson y English (2015) en el sentido de entender la modelización con datos como un proceso que involucra un razonamiento estadístico integral que se basa en contextos, preguntas y conceptos matemáticos y estadísticos. Además, los modelos producidos deben estar respaldados por la evidencia y abiertos al pensamiento inferencial informal, el cual debe incluir el reconocimiento de la incertidumbre en las creaciones y aplicaciones de modelos que surgen de la variación debida al azar.

English y Watson (2018) proponen considerar cuatro aspectos centrales: 1) interacciones entre las matemáticas y la estadística a través de la modelización con datos, basándose en la matematización horizontal y vertical, y en la transnumeración, entendiéndose esta última como el papel específico que juega el contexto a lo largo de una investigación estadística, en la que se buscan diferentes enfoques para encontrar y transmitir significado en los datos; 2) interpretar y reinterpretar contextos y preguntas problemáticas, entendiendo que los datos son números dentro de un contexto y que este contexto a su vez proporciona significado a los datos; 3) interpretar, organizar y operar con datos en la construcción de modelos: se trata de que el alumnado identifique y priorice variables, reconozca características estadísticas y aplique operaciones matemáticas y estadísticas; y 4) hacer inferencias informales: es importante que el alumnado se involucre en la inferencia informal como un aspecto fundamental de la alfabetización estadística.

En lo que se refiere a investigaciones que aporten evidencia científica acerca de los procesos de modelización en las primeras edades, los estudios de English (2006, 2010, 2014) sugieren que el aprendizaje de la matemática basado en procesos de modelización requiere que los niños generen y desarrollen sus propias ideas y procesos matemáticos, formando sistemas de relaciones generalizables y reutilizables. Los resultados muestran cómo los niños pueden desarrollar de forma independiente

construcciones y procesos a través de la resolución significativa de problemas. Además, concluyen que los procesos de modelización matemática constituyen grandes oportunidades para la construcción de saberes en los alumnos y que estos aprendizajes incluso van más allá de lo que estipulan los planes de estudio.

En esta línea, English y Watters (2005) realizaron un estudio longitudinal a lo largo de tres años con niños de 8 años que les permitió afirmar que los problemas de modelización fomentan y revelan el pensamiento matemático de los niños.

English y Watson (2018), en su trabajo con alumnado de sexto curso de primaria, sugieren que la modelización matemática facilita la interpretación, organización y operación de datos a través de inferencias informales. Sus resultados evidencian que no solo se generan modelos para resolver una situación, sino que a su vez se reconocen las limitaciones que genera la creación del modelo y su aplicación. Además, manifiestan que en educación primaria por lo general no se da la oportunidad al alumnado de vincular su aprendizaje matemático con problemas que involucran datos complejos.

Chan (2010), en un estudio con alumnos de sexto de primaria, encontró que los modelos desarrollados por los alumnos revelan las formas en que organizan las cantidades y variables, y a su vez inciden en su capacidad de interpretar, analizar, explicar, formular hipótesis, conjeturar, comparar y justificar.

Albarracín y Gorgorió (2020) trabajaron con alumnos de sexto curso de educación primaria en un proyecto orientado a generar impacto social, el mismo que fue diseñado a partir de las necesidades de los niños de la escuela y bajo los enfoques teóricos de la modelización matemática; estos autores indican que el alumnado, para enfrentarse a este tipo de actividades, tiene que hacer uso de varios contenidos y habilidades matemáticas, y también enfatizan la importancia de la capacitación del profesorado para gestionar estas actividades.

Por lo expuesto, podemos señalar que la literatura existente hasta el momento sugiere que las actividades de modelización constituyen una gran oportunidad para que los alumnos alcancen aprendizajes que van incluso más allá de lo contemplado en los planes de estudio.

Actividades reveladoras del pensamiento –*model-eliciting activities*– o MEA, por sus siglas en inglés

Como se ha indicado, no existe unicidad de criterio en la comunidad científica para definir la modelización matemática; consecuentemente, existen diversas propuestas para implementarla en el proceso de enseñanza-aprendizaje, como las de Albarracín (2017), Ferrando y Navarro (2015), Gallart et al. (2019), Sol et al. (2011) y Trelles et al. (2019), entre otras. En este artículo asumimos el planteamiento de las *model-eliciting activities* (MEA), propuesto inicialmente por Lesh y Doerr (2003) y Lesh et al. (2000). Estas actividades tienen la principal característica de ser lo suficientemente abiertas, desafiando al alumnado a generar un modelo con el objetivo de resolver un problema concreto. Las MEA se basan en seis principios fundamentales: 1) construcción, 2) realidad, 3) autoevaluación, 4) de documentación, 5) prototipo efectivo y 6) generalización (Lesh et al., 2000).

Además de cumplir con estos principios, estas actividades generalmente poseen las siguientes características: se trabajan en grupos reducidos de máximo cuatro alumnos, pueden durar entre dos o tres sesiones de clase, y habitualmente se solicita al alumnado que mediante una carta ofrezcan asesoría a una o varias personas que están interesadas en la solución del problema, en la que deben explicitar los procesos utilizados para llegar a la solución y argumentar por qué la consideran útil, además de explicar cómo esta puede ser empleada en otros contextos.

Otra característica de estas actividades es que, al tratarse de problemas abiertos, no admiten una respuesta única. Lo más importante no es la respuesta, sino el proceso utilizado para obtenerla; por tanto, no existen respuestas incorrectas, sino simplemente algunas más eficaces que otras, en función

de las suposiciones planteadas por el alumnado y de sus razonamientos. Considerando estos antecedentes, nuestro objetivo consiste en describir y analizar los modelos generados por un grupo de siete alumnos (11-12 años) a partir de los datos proporcionados a través de una actividad de modelización matemática diseñada y aplicada en el contexto de confinamiento ocasionado por la COVID-19.

METODOLOGÍA

Se ha diseñado un estudio de caso múltiple (Gundermann-Kröll, 2013; McMillan y Schumacher, 2005; Yin, 2018) para describir y analizar los modelos generados por un grupo de alumnos de 11-12 años, lo que nos permite explorar más de una unidad de análisis proporcionando las bases para la generalización (Rule y John, 2015); de acuerdo con estos autores, indagar más de un caso aporta criterios de validez interna, externa y confiabilidad a los datos.

Participantes

La actividad de modelización matemática fue planteada a los dos grupos de sexto año de educación primaria de una escuela pública de la ciudad de Girona (España) a la cual asiste alumnado mayoritariamente perteneciente a un nivel socioeconómico medio; en total, 48 alumnos recibieron la actividad. Sin embargo, solo siete alumnos la desarrollaron completamente: tres niños (2 de 11 años y 1 de 12 años) y cuatro niñas (una de 11 años y tres de 12 años). Dos alumnos y una alumna tienen un rendimiento académico sobresaliente en la asignatura de Matemáticas; los cuatro alumnos restantes presentan un rendimiento académico notable. Además, tres de los alumnos sobresalen con frecuencia en el manejo de recursos informáticos y tienen facilidad para el manejo de las principales herramientas de Microsoft Office. Los alumnos no tenían experiencia previa en la realización de actividades de modelización matemática, debido en gran parte a que el currículo no contempla explícitamente la formulación de este tipo de actividades.

Diseño e implementación de la actividad

La actividad fue diseñada por el equipo investigador bajo el posicionamiento teórico de las actividades reveladoras del pensamiento (MEA). La actividad consiste en proponer al alumnado que realice una predicción del número de contagios y defunciones que existirán en Cataluña (España) a fecha de 30 de junio de 2020, como consecuencia de la COVID-19 a partir de datos reales, suministrados en forma de tabla y tomados de la página web del Instituto de Estadística de Cataluña (2020), con corte a fecha de 3 de junio. A pesar de la presencia de datos no disponibles en la tabla, intencionalmente se consideró mantenerlos (véase material complementario¹), con el propósito de que el alumnado tomara decisiones acerca de con qué datos trabajar.

Los alumnos, mediante una carta de media página de extensión mínima, y sin extensión máxima, debían explicar con detalle cómo obtienen el pronóstico. Se les pedía, particularmente, que justificaran todas las suposiciones y cálculos realizados, y se les indicó explícitamente que podían utilizar todos los conocimientos aprendidos en clase, así como diagramas, gráficos estadísticos, etc. Además, debían reflexionar y comunicar si el procedimiento propuesto es aplicable a otras poblaciones.

La literatura recomienda que las actividades de modelización deben ser desarrolladas por pequeños grupos de alumnos. Sin embargo, se propuso la actividad de forma individual, ya que, por motivo

1. <https://dugi-doc.udg.edu/handle/10256/20529>

del confinamiento, el sistema educativo pasó a una modalidad virtual. Si bien consideramos que esta situación no constituye un total impedimento para el trabajo grupal, es importante mencionar que, en esta circunstancia, en la que el alumnado tuvo que adaptarse abruptamente a la nueva modalidad, se decidió que lo más conveniente era llevarla a cabo individualmente.

La actividad fue entregada a los alumnos en fecha de 5 de junio de 2020, mediante la plataforma Google Classroom con la que trabaja la escuela, donde se indicaba que disponían de siete días para cumplirla. Durante la actividad, las maestras indicaron a los alumnos que podían realizar todas las consultas que necesitasen para desarrollarla y así entregar la carta como producto final, e insistieron en la importancia de realizar la actividad de forma autónoma.

Cumpliendo con las indicaciones de la actividad, los siete alumnos realizaron al menos una consulta a las maestras, cuatro de ellos realizaron varias preguntas durante el proceso. Las preguntas estuvieron enfocadas en los siguientes aspectos: obligación o no de utilizar todos los datos de la tabla A1, la existencia de algún método específico para realizar la actividad, la posibilidad de utilizar programas como Microsoft Excel, cómo acceder a datos de otras poblaciones, qué significa «Dato no disponible» en la tabla A1.

Las maestras, al recibir las preguntas inmediatamente, las enviaban al equipo investigador, que aportaba respuestas orientativas. Las respuestas estuvieron centradas en aclarar términos para una mejor comprensión de la actividad y hacer hincapié en que el uso de cualquier procedimiento o recurso es considerado válido siempre que cuente con la respectiva argumentación. El principal medio de comunicación utilizado entre las maestras y el alumnado fue el correo electrónico y la plataforma Google Classroom, mientras que entre las maestras y el equipo investigador fue el correo electrónico y el teléfono móvil. Es importante indicar que tanto el alumnado como las maestras no tenían experiencia previa en el desarrollo de este tipo de actividades.

Análisis de datos

La actividad planteada pretendía propiciar en los alumnos procesos de modelización matemática a partir de la situación propuesta. La carta que constituía el producto final de la actividad tenía por objetivo recabar los procesos desarrollados por el alumnado; por tanto, los datos que se analizan provienen de esta fuente.

Como se ha indicado, la actividad fue planteada a 48 alumnos, pero tan solo 7 la desarrollaron completamente y llegaron a entregar la carta. De los 41 alumnos restantes, 23 contestaron únicamente las preguntas introductorias, las cuales no han sido consideradas, ya que no forman parte medular del estudio, pues tenían la única intención de ofrecer una pequeña introducción al problema, y 18 alumnos no contestaron ni siquiera este apartado. La poca participación del alumnado, aunque en su totalidad contaba con los recursos tecnológicos necesarios para las clases en línea, puede estar influenciada, a modo de conjetura, por la falta de experiencia en el desarrollo de este tipo de actividades y/o el incumplimiento de tareas como consecuencia del confinamiento. No obstante, las siete cartas recopiladas contienen elementos interesantes que merecieron un análisis.

Los datos han sido estudiados mediante un análisis de contenido (López-Noguero, 2002), realizado por separado por los autores, con el propósito de identificar, clasificar y categorizar todos los datos registrados en el modelo elaborado por los alumnos. Se ha aplicado un análisis inductivo en la identificación inicial de patrones y categorías de respuestas, concretamente se realizaron varios ciclos de análisis a cada una de las cartas. A partir de este análisis, y en correspondencia con la fundamentación teórica, se obtuvieron las siguientes categorías: a) Interpretación de datos: esta categoría responde a cómo los alumnos interpretan los datos que les fueron proporcionados en forma de tabla, si los interpretan como datos acumulados y si consideran el contexto para interpretarlos; b) Organización y operación

de datos: esta categoría expone el cómo y mediante qué recursos los alumnos representan los datos, así como los procesos matemáticos que utilizan para trabajar con ellos, y c) Inferencias informales: esta categoría explica las reflexiones que realizan los alumnos acerca de la validez del modelo en otras poblaciones. Hubo un acuerdo del 90 % entre los codificadores en los aspectos mencionados. Cuando surgieron diferencias se llegó a un consenso mediante un nuevo análisis. Los alumnos participantes han sido codificados como A1, A2, A3, ..., A7.

RESULTADOS

La actividad fue implementada en catalán; sin embargo, para una mejor comprensión del artículo, los datos aquí presentados han sido traducidos al español.

Interpretación de datos realizada por el alumnado

Los datos proporcionados al alumnado en forma de tabla (véase material complementario) estaban organizados en cuatro columnas, si bien algunos datos no estaban disponibles; este es un primer conflicto al que debieron enfrentarse, pues debían interpretar el contexto en el que se presentaban y decidir qué datos trabajar.

Para la predicción de contagios, todos los alumnos utilizan únicamente los casos confirmados, omitiendo las demás columnas sin justificar su decisión, a excepción de A7 que manifiesta: «Únicamente he trabajado con los casos confirmados ya que son reales».

Seis alumnos interpretan los casos confirmados como datos acumulados; solamente A1 interpreta que cada uno de estos datos representa el número de nuevos contagios en su fecha correspondiente: «los casos van aumentando día tras día llegando a casi 2 000 000 en mayo». Esta visión sugiere que A1 interpreta los datos sin considerar el contexto, pues no contrasta su razonamiento con lo que sucede en la realidad.

A3 interpreta los datos como un histórico que cumple ciertas características: «el intervalo de datos, en este caso diario, es completo, homogéneo y coherente, esto hace que la previsión se pueda hacer mejor y tenga un resultado más preciso y fiable».

A4 considera que los datos del mes de febrero son incompletos —en comparación con los otros meses, en febrero se dispone de datos solo a partir de la última semana— y no son útiles para generar un modelo:

En primer lugar, haremos una tabla de 4x4 donde inicialmente pondremos los contagiados del día 1 y del 30/31 de marzo, abril y mayo, (febrero no ya que los datos proporcionados no son completos) para saber cuántos contagiados ha habido realmente en cada mes por individual.

Seis alumnos representan los datos mediante gráficos para tener una mejor comprensión de estos, lo que demuestra claramente un proceso de transnumeración (Chick, 2004); por ejemplo, A6 manifiesta:

...en relación con los casos confirmados, se mantienen por debajo de las 10.000 personas hasta finales de marzo con un crecimiento suave tal y como se puede ver en el gráfico 1. A partir de la última semana de marzo se inicia un crecimiento de los casos, y en solo seis días se duplican los contagios de todo el mes de abril hasta aproximadamente el 11 de mayo, y a partir de entonces los casos se suavizan con un crecimiento moderado hasta inicios de junio, cuando ya no disponemos de más datos.

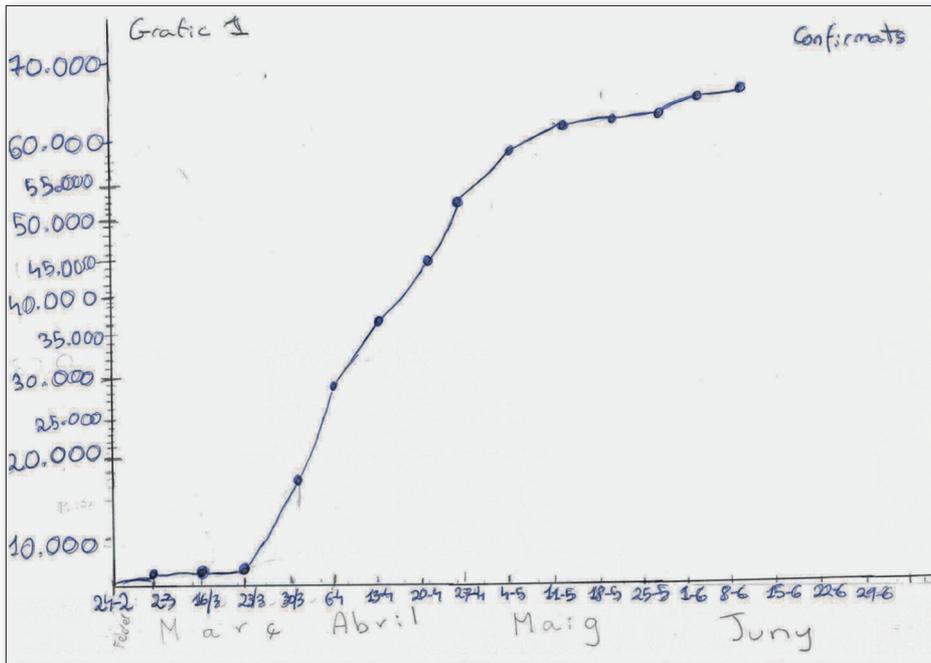


Fig. 1. Gráfico de número de casos confirmados elaborado por A6.

Por su parte, A5 indica: «he hecho unos gráficos generales para ver cómo iban las defunciones y los casos confirmados».

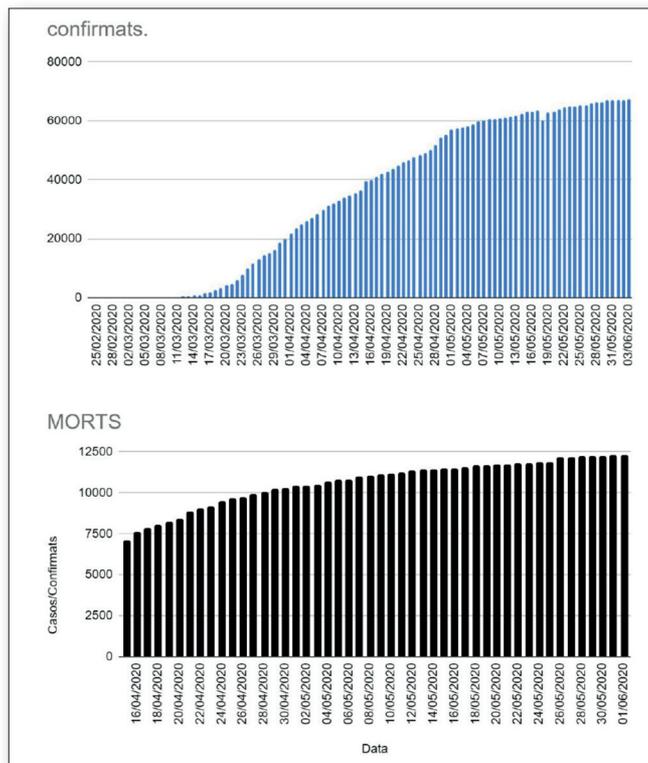


Fig. 2. Representación gráfica de los datos elaborada por A5.

Organización y operación de datos desarrollada por el alumnado

A4, A5 y A7 crean nuevas columnas. A4 crea una en la que registra el número de contagios por mes, exceptuando febrero; para ello resta el número de contagios del último día con los del primero de cada mes.

MESOS	DIA 1	DIA 30	TOTAL
Maig	57.093	67.060	9.967
Abril	21.804	55137	33.333
Març	14	19.991	19.977

Fig. 3. Número de contagios por mes, calculado por A4.

Después divide el valor del mes de abril entre el mes de mayo. Como existe un decrecimiento de contagios de abril a mayo, supone que el decrecimiento continuará hacia el mes de junio y utiliza el cociente anteriormente calculado para hallar el número solicitado de contagios.

... tendremos que dividir la cifra total de los últimos 2 meses, es decir, abril y mayo ($33333 \div 9967$) para saber cuánto ha disminuido el número de casos (3,34). Por lo tanto, y dado que está previsto que el número de contagios y muertes se reduzca, tendremos que dividir finalmente 9967 (el total de contagiados de sólo el mes de mayo) entre 3,34 (el decimal que indica la bajada de casos) para saber «máxima» y aproximadamente el número total previsto de contagios a junio del 2020 ($9967 \div 3,34 = 2984$).

Utiliza el mismo procedimiento para determinar el número de defunciones; si bien es consciente de que los datos del mes de abril son incompletos, su procedimiento demuestra que este aspecto no es relevante para realizar la predicción.

MESOS	DIA 1/ 15	DIA 30	TOTAL
Maig	10.401	12.280	1.879
Abril	7.097	10.311	3.214

$$(3.214 \div 1.879 = 1'7) (1.879 \div 1,7 = \mathbf{1.105})$$

Fig. 4. Número de defunciones por mes, calculado por A4.

Es importante indicar que los valores obtenidos por A4 tanto de contagios como de defunciones corresponden únicamente al mes de junio.

A5 y A7 crean dos nuevas columnas para registrar el número de nuevos casos diarios confirmados y el aumento de muertes diarias; a manera de ejemplo, se presenta un fragmento de la tabla creada por A5.

Data	Casos			Defuncions de casos confirmats o sospitosos	Augment de morts diaris	
	Confirmats	nous confirmats diaris	Possibles	Totals		
03/06/2020	67461	228	Dada no disponible	Dada no disponible	12333	10
02/06/2020	67233	150	Dada no disponible	Dada no disponible	12323	34
01/06/2020	67083	23	Dada no disponible	Dada no disponible	12289	9
31/05/2020	67060	156	Dada no disponible	Dada no disponible	12280	11

Fig. 5. Fragmento de la tabla elaborada por A5.

A5, con los valores de nuevos casos por día, genera dos nuevos gráficos.

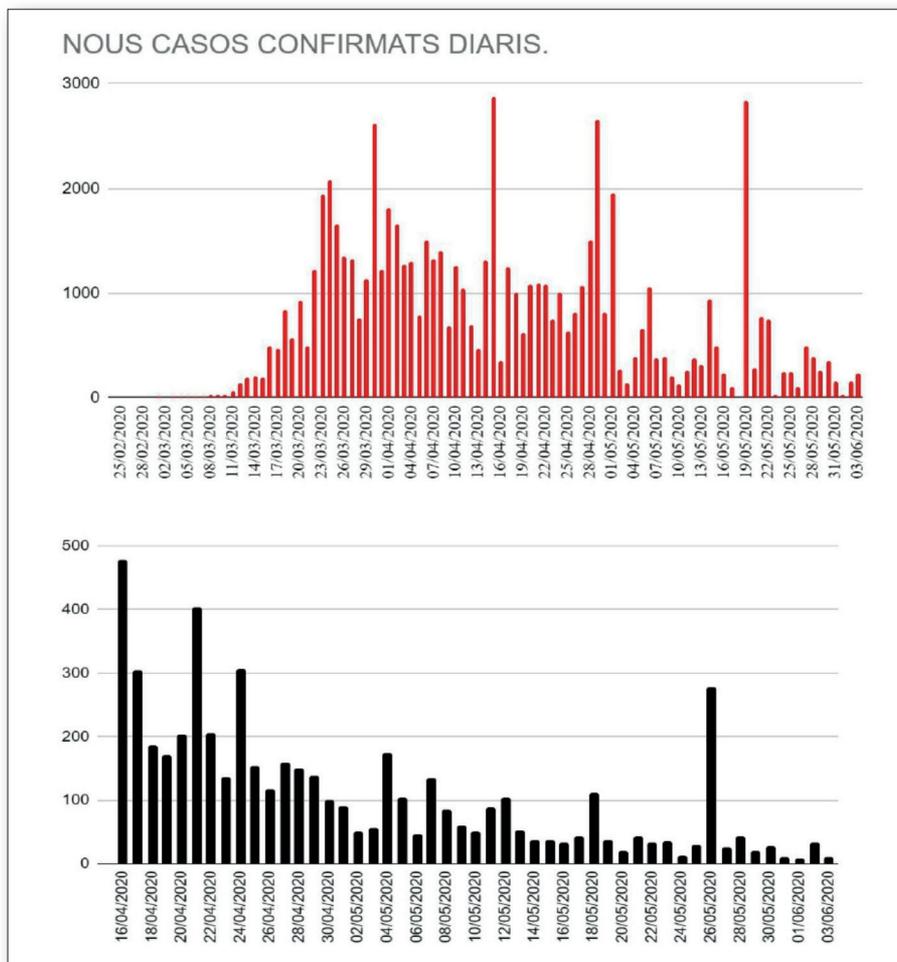


Fig. 6. Representación gráfica de los nuevos casos y defunciones diarias elaborada por A5.

Mediante los gráficos obtiene conclusiones y toma decisiones:

He observado que hay una tendencia de bajada pero que es irregular. Para clarificar más los datos he hecho una agrupación de siete en siete días. También he observado que el dato de defunciones del 26 de mayo y los datos de nuevos confirmados de los días 18 y 19 de mayo son muy extraños probablemente debido a cambio de criterios a la hora de contar. Por lo tanto, he decidido prescindir de estos datos.

Después calcula el porcentaje de disminución de defunciones por semana y calcula su media aritmética.

	Augment de morts semanals	Percentatge de disminució
28/5-3/6	153	76,50%
20/5-27/5 (*)	200	56,82%
13/5-19/5	352	62,19%
6/5-12/5	566	79,49%
29/4-5/5	712	57,98%
22/4-28/4	1228	
	mitjana dels percentatges.	66,60%

* No he tingut en compte les dades del dia 26/5

Fig. 7. Porcentaje de disminución por semana y cálculo de media aritmética por A5.

Luego, utiliza la media aritmética de los porcentajes para calcular los datos de las siguientes semanas.

	Predicció setmanal
setmana 4	30
setmana 3	45
setmana 2	68
setmana 1	102

Fig. 8. Predicción de número de defunciones por semana calculado por A5.

Finalmente, el valor correspondiente a la semana cuatro los divide entre 7, y predice que para el día 30 de junio habrá entre 4 o 5 nuevas defunciones. El mismo procedimiento lo utiliza para predecir el número de nuevos contagios e indica que habría 94 o 95 a fecha de 30 de junio. Es preciso indicar que A5 no predice los números totales; los valores que da corresponden al número de contagios y defunciones que existirían del 29 al 30 de junio.

A7, por su parte, después de obtener el número de nuevos contagios y defunciones por día, identifica un patrón, y a partir de este desarrolla sus cálculos.

Lo que he hecho ha sido que he seguido como una especie de patrón que se nota un poco en los últimos días que van subiendo los casos entre 23 y 499 casos por día, pues he ido sumando los últimos casos actuales entre 23 y 499 (por ejemplo, 67.461 más 233) y he ido sumando al azar los números entre 23 y 499 porque es el patrón que más se nota porque no hay un patrón muy exacto pues no siempre sumo el mismo número y con este proceso es posible que el 30 de junio habrá 70.862 casos confirmados.

A7 ve más allá de los datos e identifica un patrón, lo que demuestra un importante pensamiento transnumerativo. Para Estrella y Olfos (2015), en la acción de pasar de los datos a una transformación y luego a una tabulación, se esperaría que los alumnos con pensamiento transnumerativo, por tanto, más complejo, notasen patrones al observar la nueva representación de los datos o al momento de interpretarlos.

Además, realiza un gráfico en donde indica el número de nuevos casos que se registran por día y la predicción hasta el 30 de junio.

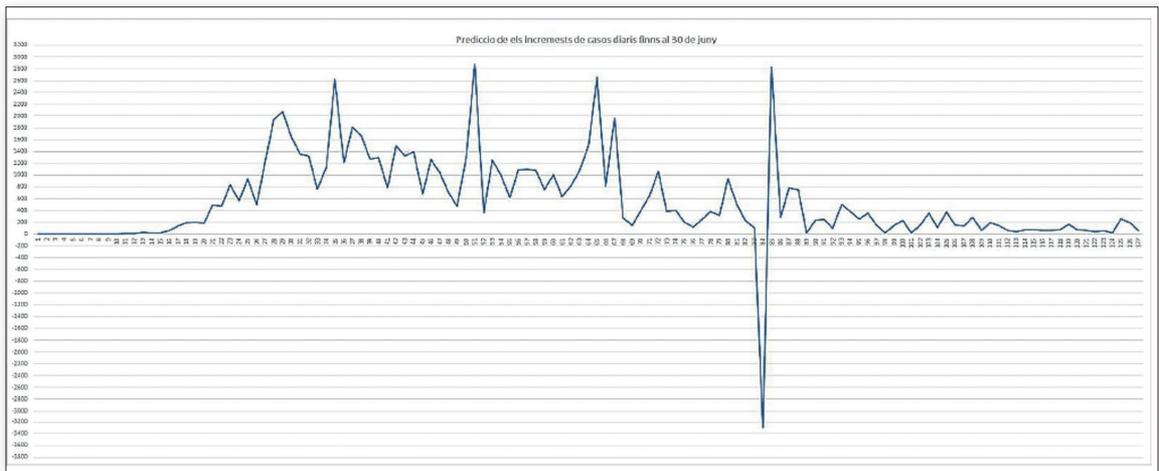


Fig. 9. Predicción de incrementos de casos diarios al día 30 de junio elaborado por A7.

Y otro con el número de casos totales y su predicción hasta el 30 de junio.

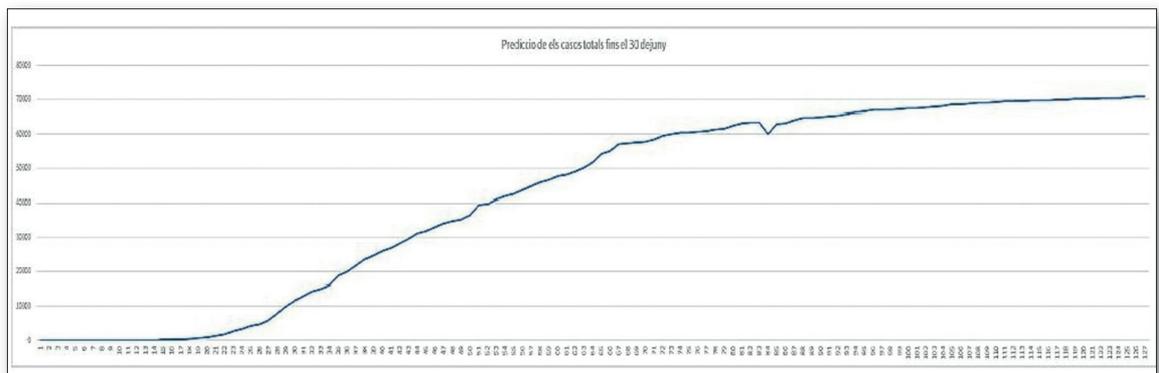


Fig. 10. Predicción de casos totales hasta el 30 de junio elaborada por A7.

El alumno hace la siguiente aclaración acerca de sus gráficos: «Nota: Los números del eje horizontal corresponden a las fechas hasta el 30 de junio y también solo he trabajado con los casos confirmados puesto que son reales».

Asimismo, efectúa el mismo procedimiento para el caso de las defunciones y predice que para el 30 de junio el número de defunciones será de 12.841.

A3 se limita a utilizar la función previsión de Microsoft Excel, la cual permite predecir valores futuros en función de datos históricos; con ello determina que el número de contagios será de 72.453 personas y el número de defunciones, de 13.564.

A1, A2 y A6, después de graficar los datos, no realizan ninguna operación. Sin embargo, A1 indica «... a finales de junio la cifra de defunciones y posibles casos rondará las 13 500 personas, ya que según la tabla podemos ver que las cifras ya no evolucionan tan rápido». A2 pronostica que a finales del mes de junio el número de contagios será entre 100 y 150. No predice las defunciones. A6 no da valores y simplemente afirma que el virus desaparecerá: «En conclusión el 30 de junio nos acercaríamos a la desaparición del virus si se han mantenido las medidas mínimas de prevención».

Algunos elementos importantes que hay que considerar a partir de lo expuesto son: A4 en su modelo utiliza métodos de diferencias y conceptos de proporcionalidad; se observa que informalmente calcula un coeficiente de proporcionalidad. Además, toma decisiones de exclusión de datos para calcular las predicciones.

A5, a partir de los gráficos, identifica de manera informal valores atípicos y toma la decisión de eliminarlos porque considera que afectarán a sus resultados finales. Va incluso más allá y establece como conjetura que estos valores se deben a cambios de criterios a la hora de contar.

A7 emplea el concepto de rango –determina el valor de 23 como mínimo y 499 como máximo– de manera informal. Después suma al azar valores comprendidos entre 23 y 499, lo que evidencia la utilización de conceptos informales de estadística y probabilidad, específicamente intervalos de confianza y números aleatorios. Presenta los resultados de su predicción mediante gráficos. Utiliza el mismo procedimiento para el caso de defunciones.

Considerando que los alumnos responden a lo solicitado en diferentes formatos, hemos unificado sus respuestas, de tal manera que indiquen el número total de casos a fecha de 30 de junio, con el propósito de tener una mejor visión de estas. Este proceso lo hemos realizado únicamente para quienes justifican sus procedimientos. Además, ya que en la fecha en la que se redacta este artículo se puede disponer de los datos reales proporcionados por el Instituto de Estadística de Cataluña (2020), hemos comparado las predicciones del alumnado con estos datos, indicando el margen de error cometido en los diferentes modelos. Esta comparativa evidencia que los alumnos que desarrollan un modelo y lo justifican se acercan significativamente a los valores reales, presentando un mínimo margen de error, lo que demuestra el gran nivel de razonamiento matemático y estadístico que los alumnos ponen en juego cuando se enfrentan a este tipo de actividades.

Tabla 1.
Comparativa de valores reales y pronosticados

<i>Modelo</i>	<i>Número de contagios reales</i>	<i>Predicción del número de contagios</i>	<i>% error</i>	<i>Número de defunciones reales</i>	<i>Predicción del número de defunciones</i>	<i>% error</i>
A3	71.799	72.453	0,91	12.576	13.564	7,86
A4	71.799	70.044	2,44	12.576	13.385	6,43
A5	71.799	70.826	1,36	12.576	12.525	0,4
A7	71.799	70.862	1,31	12.576	12.841	2,1

Inferencias informales desarrolladas por el alumnado

La actividad solicita al alumnado reflexionar sobre la validez del modelo en otras poblaciones; este aspecto requiere de la elaboración de inferencias informales por parte del alumnado. A manera de ejemplo, A3 manifiesta:

Este método es aplicable a otras zonas siempre y cuando se disponga de un histórico de datos registrados. La extrapolación de resultados a otras comunidades autónomas o países solo es adecuada hacerla para aquellas zonas donde la incidencia de la COVID-19 haya sido similar (Comunidad de Madrid, País Vasco, etc.).

A4 indica:

Como la estrategia no es compleja y España está avanzando prácticamente a un solo ritmo entre sus comunidades, opino que puede ser algo que puede servir para todo el país, por otro lado, puede ser difícil de llevar a otros países ya que estos no llevan el mismo ritmo que España.

A7 señala:

Por ejemplo, este método no se puede utilizar en Groenlandia ya que tiene muy pocos contagiados y no hay casos diarios, lo cual hace que no sea posible ver un patrón, en cambio en Estados Unidos si se puede utilizar este método ya que tiene muchos casos diarios y se puede ver un patrón.

Las anteriores reflexiones evidencian cómo los alumnos consideran que sus modelos pueden ser aplicados para realizar predicciones en otras poblaciones, siempre y cuando existan ciertas condiciones similares a las de Cataluña. Lo que sugiere que entienden los datos como números dentro de un contexto (English y Watson, 2018; Franklin et al., 2007; Langrall et al., 2011; Moore, 1990), aspecto de gran importancia en el proceso de modelización con datos y en el desarrollo de la competencia estadística del alumnado.

Otro elemento importante es la consideración de aspectos extramatemáticos y cómo estos pueden influir en los resultados. Muchas de las reflexiones mencionan que aspectos como el uso de mascarilla, el respeto de las medidas de distanciamiento social, el incremento de la movilidad, etc., influirán en el comportamiento del virus.

Finalmente, los modelos del alumnado, incluso aquellos que no justifican sus procesos, denotan la conciencia de un elemento de incertidumbre en sus predicciones. Además, se nota el uso de un lenguaje probabilístico y no determinista, y algunos no dan un único valor sino un rango de valores. Por ejemplo, A1 indica: «... la cifra de defunciones y posibles casos rondará las 13 500 personas...»; A2 señala: «... he podido deducir que hacia finales del mes de junio habrá unos 100-150 contagios en Cataluña...»; A5 manifiesta: «... creo que habrá entre 94 y 95 nuevos positivos», y A7 indica: «... es posible que el 30 de junio habrá 70 862 casos confirmados».

A modo de resumen, la tabla 2 presenta los resultados de cada uno de los siete alumnos participantes en el estudio.

Tabla 2.
Trabajo de los alumnos organizado por categorías

<i>Categorías</i>	<i>Alumnos</i>						
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7
<i>Interpretación de datos</i>							
Interpreta cada dato de casos confirmados como una frecuencia absoluta no acumulada	x						
Interpreta casos confirmados como datos acumulados		x	x	x	x	x	x
Compara los datos entre meses	x		x	x	x	x	x
Representa datos mediante gráficos para tener una mejor interpretación de estos (transnumeración)	x	x			x	x	x
<i>Organización y operación de datos</i>							
Introduce nuevas variables y crea columnas adicionales en la tabla que se les entregó				x	x		x
Calcula porcentajes y media aritmética					x		
Observa más allá de los datos, demuestra pensamiento transnumerativo a través de la identificación de patrones					x	x	x
Decide incluir o excluir datos en las operaciones de acuerdo con las características de estos (ejemplos: valores atípicos, datos completos de un determinado mes)			x	x	x		x
Utiliza de manera informal conceptos de estadística y probabilidad (rango, intervalos de confianza, números aleatorios, valores atípicos)					x		x
Utiliza métodos de diferencias y/o conceptos de proporcionalidad				x	x		x
Utiliza funciones especializadas de Microsoft Excel			x				
Realiza suposiciones a partir de sus conocimientos extramatemáticos	x	x	x	x	x	x	x
Agrupar datos en intervalos de tiempo para facilitar las operaciones				x	x		x
Expresa la respuesta final no como un único valor, sino como un rango de valores		x			x		
<i>Inferencias informales</i>							
Establece como condición necesaria para la aplicación de su modelo en otras poblaciones que las condiciones de estas sean similares			x	x			x
Considera aspectos extramatemáticos en el momento de plantear inferencias			x	x		x	x
Utiliza un lenguaje probabilístico y no determinista	x	x		x	x		x

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

En el presente estudio se ha presentado el análisis de los modelos generados por el alumnado a partir de una actividad de modelización matemática diseñada a partir de los principios teóricos de las MEA (Lesh et al., 2000), e implementada en el contexto de la COVID-19.

En la actualidad, el desarrollo tecnológico está conduciendo a cambios fundamentales en los tipos y niveles de comprensión y habilidades matemáticas que se necesitan para tener éxito más allá de la escuela, sobre todo cuando asistimos a una sociedad dominada por los datos, en donde es cada vez más necesaria la competencia del alumnado para interpretarlos. Sin embargo, ante esta realidad, parece haber pocos cambios en la naturaleza de los problemas que los niños y las niñas continúan encontrando en el plan de estudios de matemáticas (Lesh y Zawojewski, 2007; Trelles y Alsina, 2017). En este sentido, coincidimos con English (2010) en que los poderosos procesos matemáticos que se necesitan para resolver los problemas actuales y del futuro, como construir, describir, explicar, predecir y representar, junto con cuantificar, coordinar, organizar y transformar datos no están suficientemente presentes en los problemas tradicionalmente entregados al alumnado.

Por esta razón, es cada vez más necesario ofrecer problemas contextualizados, potencialmente significativos y que verdaderamente desafíen los procesos de pensamiento. En esta dirección, consideramos que las actividades planteadas al alumnado bajo el enfoque teórico de la modelización matemática, desarrollada con datos auténticos, contribuyen a cubrir esta necesidad, y a mostrar al alumnado la utilidad de las matemáticas en la sociedad, sobre todo en el nivel de educación primaria, en donde la implementación de la modelización matemática es aún escasa.

Los resultados de nuestro estudio muestran que los siete alumnos participantes comprenden el problema y formulan sus propias estrategias de solución; además, cuatro de ellos utilizan tecnología para representar los datos. En algunos casos emplean –aunque informalmente– conceptos de estadística y probabilidad que habitualmente no están presentes en el plan de estudios de estos niveles, como identificación de valores atípicos, rango, intervalos de confianza y números aleatorios. Se evidencia, por tanto, que, de alguna forma, el trabajo con datos reales promueve que algunos alumnos sean capaces de utilizarlos.

Los procesos de transnumeración y matematización (Groth, 2015) se vieron reflejados, pues la mayoría del alumnado participante –cinco de siete– emplea técnicas transnumerativas (Chick, 2004) para interpretar mejor los datos, así como procesos de matematización, siendo los alumnos que utilizan técnicas más complejas los que generan modelos que permiten aproximarse de mejor manera a lo que ocurre en la realidad y, por tanto, a modelos más eficaces.

Las inferencias informales, aunque en diferentes niveles, estuvieron presentes en la mayoría de los modelos, y la capacidad del alumnado para realizarlas debería ser aprovechada por el profesorado a través del diseño de actividades que fortalezcan estos procesos. Es de vital importancia que el alumnado más joven se involucre en la inferencia informal, aun cuando este aspecto sea desatendido en el plan de estudios (Makar, 2016).

Los modelos elaborados muestran que todos los alumnos participantes son capaces de relacionar aspectos extramatemáticos y cómo estos pueden incidir en los datos; de esta forma son capaces de elaborar conjeturas y suposiciones a partir de datos reales. En este sentido, la actividad de modelización reveló los conocimientos matemáticos y extramatemáticos utilizados por el alumnado para su solución.

Otro elemento importante que hay que considerar es la eficacia de los modelos generados, a pesar de que tanto el alumnado como el profesorado no tenían experiencia previa en actividades de este tipo. Sin embargo, la gestión de la actividad por parte de las maestras con la orientación del equipo investigador fue un aspecto clave para la comprensión adecuada de la actividad por parte de los participantes. Este tipo de actividades permite al alumnado observar la verdadera utilidad de las matemáticas y cómo estas nos sirven para comprender fenómenos, predecirlos y tomar decisiones. En este sentido, coincidimos con el planteamiento de Mercado-Sánchez (2020, p. 9), para quien la modelización matemática es «una estrategia del razonamiento para traducir, interpretar de forma compacta y cuantitativa, el comportamiento de nuestro universo, de la naturaleza, de la sociedad, de la economía y un interminable etcétera».

Asimismo, al realizar una correspondencia de los modelos obtenidos con el perfil académico de los participantes, se observó que los modelos más eficaces fueron generados por el alumnado que tiene un rendimiento académico sobresaliente en la asignatura. Si bien el estudio no perseguía este objetivo, a partir de este hallazgo planteamos la posibilidad de que actividades de este tipo, además de ser propuestas a todo el alumnado, formen parte de programas específicos de enriquecimiento curricular dirigidos al alumnado que tiene afinidad por las matemáticas. Por consiguiente, esta perspectiva puede ser tratada en futuros estudios.

La principal limitación del estudio ha sido la escasa participación del alumnado al que se entregó en un principio la actividad, así como la ausencia del trabajo en grupo; a pesar de ello, encontramos procesos interesantes de modelización entre el alumnado que la desarrolló. Otra limitación surgida es el no poder acceder a los razonamientos del alumnado que no quedan registrados en el papel pero que tienen mucha importancia, elemento que debe considerarse para futuros estudios. Por último, durante todo el desarrollo de la actividad se insistió a los alumnos en el trabajo autónomo, y si bien manifestaron que cumplieron con esta premisa y la constante realización de preguntas en el proceso daba indicios de ello, las propias condiciones no permitían tener un control exhaustivo de este aspecto.

Finalmente, coincidimos con Gallart, Ferrando et al. (2015) y Gallart, García-Raffi et al. (2019) en que las actividades de modelización constituyen actividades enriquecedoras para el alumnado, pero no se debe descuidar que para obtener los resultados óptimos el profesorado debe formarse continuamente e incorporar frecuentemente este tipo de actividades en su práctica docente. En futuros estudios, será necesario seguir analizando la implementación de actividades de modelización en los primeros niveles escolares, poniendo también especial atención en el papel que juega el profesorado para implementar y gestionar estas actividades, lo que posibilitará detectar posibles lagunas de conocimiento pedagógico, para, a partir de ellas, ofrecer orientaciones que permitan mejorar este tipo de prácticas, ya sea en formato presencial o en línea.

AGRADECIMIENTOS

Este estudio fue apoyado por la beca SENESCYT-UdG Nro. AR6C-000086. Agradecemos al alumnado participante, a las maestras de sexto año de educación primaria de la Escuela Marta Mata de Girona (España) y a su equipo directivo por permitir la implementación de la actividad.

REFERENCIAS

- Albarracín, L. (2017). Los problemas de Fermi como actividades para introducir la modelización. *Modelling in Science Education and Learning*, 10(2), 117-135. <https://doi.org/10.4995/msel.2017.7707>
- Albarracín, L. y Gorgorió, N. (2020). Mathematical modeling projects oriented towards social impacts as generators of learning opportunities: a case study. *Mathematics*, 8(20), 1-20. <https://doi.org/10.3390/math8112034>
- Alsina, C., García-Raffi, L., Gómez, J. y Romero, S. (2007). Modelling in science education and learning. *SUMA* (54), 51-53.
- Banco Mundial (mayo de 2020). *Bancomundial.org*. Obtenido de Covid-19: Impacto en la educación y respuestas de política pública: <https://openknowledge.worldbank.org/bitstream/handle/10986/33696/148198SP.pdf?sequence=6&isAllowed=y>

- Barquero, B., Bosch, M. y Gascón, J. (2014). Incidencia del aplicacionismo en la integración de la modelización matemática en la enseñanza universitaria de las ciencias experimentales. *Enseñanza de las Ciencias*, 32(1), 83-100.
<https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.933>
- Bliss, K. y Libertini, J. (2019). What is mathematical modeling? En S. Garfunkel y M. Montgomery (Eds.), *Guidelines for assessment & instruction in mathematical modeling education* (pp. 7-21). CO-MAP, Inc.
- Blum, W. (2015). Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do? *Proceeding of the 21th International Congress on Mathematical Education* (pp. 73-96). Nueva York: Springer
https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_9
- Blum, W. y Borromeo, R. (2009). Mathematical Modelling: Can I Be Taught And Learn? *Journal of Mathematical Modeling and Application*, 1(1), 45-58.
- Blum, W. y Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? En C. Haines, P. Galbraith, W. Blum y S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling: Education, Engineering and Economics* (pp. 222-231). Horwood Publishing.
<https://doi.org/10.1533/9780857099419.5.221>
- Borromeo, R. (2010). On the influence of mathematical thinking styles on learners' modelling behaviour. *Journal für Mathematik didaktik*, 31(1), 99-118.
<https://doi.org/10.1007/s13138-010-0009-8>
- Chan, C. (2010). Tracing primary 6 students model development within the mathematical modeling process. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(3), 40-57.
- Chick, H. (2004). Tools for transnumeration: Early stages in the art of data representation. En *Mathematics Education Research: Innovation, Networking, Opportunity. Proceedings of the 26th Annual Conference of the Mathematics Education Research* (pp. 207-214). MERGA.
- Cifuentes-Faura, J. (2020). Consecuencias en los niños del cierre de escuelas por Covid-19: El papel del Gobierno, profesores y padres. *Revista Internacional de Educación para la Justicia Social*, 9(3), 1-12.
- English, L. D. (2006). Mathematical Modeling in the Primary School: Children's construction of a consumer guide. *Educational Studies in Mathematics*, 63, 303-323. Springer.
<https://doi.org/10.1007/s10649-005-9013-1>
- English, L. D. (2010). Modeling with Complex Data in the Primary School. En R. Lesh, P. Galbraith, C. Haines y A. Hurford, *Modelling Students' Mathematical Modeling Competencies* (pp. 287-300). Springer.
https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0561-1_25
- English, L. D. (2014). Promoting stational literacy through data modelling in the early school years. En E. Chernoff y B. Sriraman (Eds.), *Probalistic thinking: presenting plural perspectives* (pp. 441-458). Dordrecht: Springer.
https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0_23
- English, L. D. y Watson, J. (2018). Modelling with authentic data in sixth grade. *ZDM Mathematics Education*, 50, 103-115.
<https://doi.org/10.1007/s11858-017-0896-y>
- English, L. D. y Watters, J. (2005). Mathematical Modelling in the Early School Years. *Mathematics Education Research Journal*, 16(3), 58-79.
<https://doi.org/10.1007/bf03217401>

- Estrella, S. y Olfos, R. (2015). Transnumeración de los datos: el caso de las tablas de frecuencia. *Conferencia Interamericana de Educación Matemática* (pp. 1-7). México.
- EU Kids Online. (2018). *Los niños y niñas de la brecha digital en España*. Madrid: Unicef.
- Ferrando, I. y Navarro, B. (2015). Un viaje de fin de curso y tres tareas de modelización. Una experiencia en un aula de secundaria. *Modelling in Science Education and Learning*, 8(2), 79-92.
<https://doi.org/10.4995/msel.2015.3681>
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M. y Scheaffer, R. (2007). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report*. American Statistical Association.
- Gallart, C., Ferrando, I. y García-Raffi, L. (2015). Análisis competencial de una tarea de modelización abierta. *Números*, 88, 93-103.
- Gallart, C., García-Raffi, L. y Ferrando, I. (2019). Modelización matemática en la educación secundaria: manual de uso. *Modelling in Science Education and Learning*, 12(1), 71-86.
<https://doi.org/10.4995/msel.2019.10955>
- Groth, R. (2015). Research commentary: Working at the boundaries of mathematics education and statistics education communities of practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46(1), 4-16.
<https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.46.1.0004>
- Gundermann-Kröll, H. (2013). El método de los estudios de caso. En M. L. Tarrés (Ed.), *Observar, escuchar y comprender sobre la tradición cualitativa en la Investigación* (pp. 231-264). El Colegio de México-FLACSO.
- Hernandez-Martínez, P. y Vos, P. (2018). «Why do I have to learn this?» A case study on students' experiences of the relevance of mathematical modelling activities. *ZDM Mathematics Education*, 50, 245-257.
<https://doi.org/10.1007/s11858-017-0904-2>
- Instituto de Estadística de Cataluña (24 de febrero de 2020). *idescat.cat*. <https://www.idescat.cat/indicadors/?id=anuals&n=13300&lang=es> Visitada el 3-06- 2020.
- Instituto Nacional de Estadística. (2019). *Encuesta sobre equipamiento y uso de tecnologías de información y comunicación en los hogares*. Instituto Nacional de Estadística. https://www.ine.es/prensa/itich_2019.pdf
- Langrall, C., Nisbet, S., Mooney, E. y Janssen, S. (2011). The role of context expertise when comparing data. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(1-2), 47-67.
<https://doi.org/10.1080/10986065.2011.538620>
- Lesh, R. y Doerr, H. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning and problem solving. En R. Lesh y H. Doerr (Eds.), *Beyond Constructivism: Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching* (pp. 3-34). Lawrence Erlbaum Associates.
- Lesh, R. y Zawojewski, J. (2007). Problem solving and modeling. En F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 763-804). CT: IAP.
- Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A. y Post, T. (2000). Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers. En A. Kelly, R. Lesh, A. Kelly y R. Lesh (Eds.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education* (pp. 591-645). Lawrence Erlbaum Associates.
- López-Noguero, F. (2002). El análisis de contenido como método de investigación. *XXI. Revista de Educación*, 4, 167-179.
- Makar, K. (2016). Developing young children's emergent inferential practices in statistics. *Mathematical Thinking and Learning*, 16(1), 1-24.
<https://doi.org/10.1080/10986065.2016.1107820>

- Makar, K. y Rubin, A. (2009). A framework for thinking about informal statistical inference. *Statistics Education Research Journal*, 8(1), 82-105.
- McMillan, J. y Schumacher, S. (2005). *Investigación educativa*. Pearson Educación S. A.
- Mercado-Sánchez, G. (2020). Las matemáticas en los tiempos del coronavirus. *Educación Matemática*, 32(1), 7-10.
<https://doi.org/10.24844/EM3201.01>
- Moore, D. (1990). Uncertainly. En L. Steen (Ed.), *On the shoulders of giants: New approaches to numeracy* (pp. 95-137). National Academy Press.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. NCTM.
- National Governors Association Center for Best Practices: Council of Chief State School Officers. (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*.
- Ng, K. (2013). Initial perspectives of teacher professional development on mathematical modeling in Singapore: A framework. En G. Stillman, G. Kaiser, W. Blum y J. Brown (Eds.), *Teaching Mathematical Modeling: Connecting to Research and Practice. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modeling* (pp. 427-436). Springer.
https://doi.org/10.1007/978-94-007-6540-5_36
- Ruiz-Higueras, L., García, F. y Lendínez, E. (2013). La actividad de modelización en el ámbito de las relaciones espaciales en la Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 2(1), 95-118.
<https://doi.org/10.24197/edmain.1.2013.95-118>
- Rule, P. y John, V. (2015). A Necessary Dialogue: Theory in Case Study Research. *International Journal of Qualitative Methods*, 14(4), 1-11.
<https://doi.org/10.1177/1609406915611575>
- Sol, M., Giménez, J. y Rosich, N. (2011). Trayectorias modelizadoras en la ESO. *Modelling in Science Education and Learning*, 4(27), 329-343.
<https://doi.org/10.4995/msel.2011.3100>
- Trelles, C. y Alsina, À. (2017). Nuevos Conocimientos para una Educación Matemática del S. XXI: panorama internacional de la modelización en el currículo. *Unión Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 51, 140-163.
- Trelles, C., Toalongo, X., Alsina, À. y Gonzales, N. (2019). La modelización matemática a través de las actividades generadoras de modelos: una propuesta para el aula de secundaria. *Épsilon-Revista de Educación Matemática*, (102), 43-59.
- Unesco (2020). *Enseñar en tiempos de COVID-19. Una guía teórico-práctica para docentes*. París: Unesco.
- Watson, J. y English, L. D. (2015). Introducing the practice of statistics: Are we environmentally friendly? *Mathematics Education Research Journal*, 27(4), 585-613.
<https://doi.org/10.1007/s13394-015-0153-z>
- Wess, R. y Greefrath, G. (2019). Professional competencies for teaching mathematical modelling - supporting the modelling-specific task competency of prospective teachers in the teaching laboratory. *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Utrecht University. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02409039/document>
- Yin, R. K. (2018). *Case study research and applications: design and methods*. SAGE Publications, Inc.

A Mathematical Modeling Activity in Elementary School with Authentic Data about COVID-19

César Trelles

Universidad de Cuenca, Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y Física, Ciudadela Universitaria, 010710, Cuenca (Ecuador).

cesar.trellesz@ucuenca.edu.ec

<https://orcid.org/0000-0002-4096-8353>

Ximena Toalongo, Ángel Alsina

Universitat de Girona, Grup de Recerca en Educació Científica i Ambiental, Plaça Sant Domènec, 9 - 17004, Girona (España)

ximena.toalongo@udg.edu, angel.alsina@udg.edu

<https://orcid.org/0000-0001-6163-4574>, <https://orcid.org/0000-0001-8506-1838>

The aim of this study is to analyze a mathematical modeling task developed by sixth grade students of primary education (11-12 years old). The task is based on a model-eliciting activity (MEA), designed by the research team and implemented online during the period of confinement in Spain. Model-eliciting activities are characterized by being non-traditional activities that, starting from a real situation, pose an open problem, challenging students to build a model to solve it. In this sense, using real statistical data from Catalonia on COVID-19, students had to predict how many infections and deaths there would be in a city on a given date.

Based on a multiple case study, the data have been studied based on a content analysis, carried out separately by the authors, in order to identify, classify and categorize what was recorded in the models produced by students. An inductive analysis has been applied in the initial identification of patterns and categories of responses; specifically, several cycles of analysis were carried out on the proposed models. According to this, and in correspondence with the theoretical foundation, the following categories were identified: a) data interpretation, b) data organization and operation and c) informal inferences. The degree of agreement among the coders was 90 % and, where differences arose, they were reconciled through further analysis.

The results show: 1) although not all students develop a model, those who manage to develop one use intuitive concepts of statistics and probability that go beyond the regular curriculum, such as: identification of outliers, range, confidence intervals, and random numbers; 2) students who propose a model understand data as numbers within a context, as well as considering extra-mathematical aspects and how they can have an impact on their approaches; and 3) the models generated also show that students are aware of the uncertainty in their predictions, even showing the use of non-deterministic language. Additionally, most students who generated a model used transnumerative techniques to better interpret the data, together with mathematization processes. Thus, students who used more complex techniques generated models that allow them to better approach what happens in reality, and therefore more efficient models. Informal inferences, although at different levels, were present in most models, therefore we consider that the students' ability to make them should be considered by teachers through the design of activities that strengthen these processes. Consequently, we consider that this type of activities allows students to observe the true usefulness of mathematics and how it helps us to understand phenomena, predict them and make decisions.

